



ODDZIAŁ INTENSYWNEGO MYŚLENIA

OIMPIADA NR 1 (14–15 MARCA 2026)

TRENING PRZED FINAŁEM OM, DZIEŃ 1

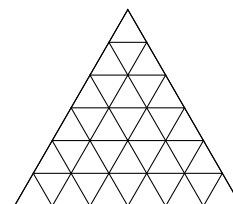
ZADANIE 1. Jaś ma planszę w kształcie trójkąta równobocznego o boku 6, podzieloną liniami równoległymi do jej boków na 36 pól w kształcie trójkątów równobocznych o boku 1. Każde pole Jaś chce ozdobić gwiazdką. Do ich zrobienia używa pieczętek o następujących kształtach:



oraz



.



Jaś dba o estetykę: na każdym polu chce odbić gwiazdkę tylko raz i nie chce ubrudzić ramy swojej planszy. Każda z pieczętek zdobi więc za każdym razem trzy jeszcze nieozdobione pola planszy. Czy Jaś może zrealizować postawione sobie zadanie?

ZADANIE 2. Niech:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2) - (x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 + x_5^4).$$

Liczby rzeczywiste a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 spełniają warunek $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 0$ i mają następującą własność: jeśli $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0$, to

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \leq F(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5).$$

Wyznacz wartość $F(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$.

ZADANIE 3. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C jest rozwarty. Punkt P leży wewnątrz trójkąta ABC , a proste AP , BP i CP przecinają boki tego trójkąta odpowiednio w punktach D , E i F . Prosta BE przecina prostą DF w punkcie X . Załóżmy, że:

$$|\angle EDF| = |\angle ACX| = 90^\circ.$$

Udowodnij, że:

$$|\angle CFD| = |\angle CAD| + |\angle CBE|.$$

Zasady:

- Masz pięć godzin na rozwiązanie trzech zadań, jak na finale OM.
- Rozwiązania w postaci trzech plików PDF zgłoś przez formularz internetowy.
- Mogą to być skany/zdjęcia odręcznych notatek, możesz też pisać na tablecie lub komputerze.
- Pisz uczciwie. To nie prawdziwe zawody, chodzi tylko o to, by się sprawdzić.
- Jeśli jesteś uczestnikiem OIM, otrzymasz mailem oceny i komentarze do swoich rozwiązań.
- Jeśli nie, to w miarę możliwości też, ale być może nieco później, sprawdzanie trochę trwa.